

Zadanie 1. (0-1)

Liczba $(2\sqrt{8} - 3\sqrt{2})^2$ jest równa

A. 2**B. 1****C. 26****D. 14**

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$\begin{aligned}(2\sqrt{8} - 3\sqrt{2})^2 &= (2\sqrt{8})^2 - 2 \cdot 2\sqrt{8} \cdot 3\sqrt{2} + (3\sqrt{2})^2 = \\&= 4 \cdot 8 - 12 \cdot \sqrt{16} + 9 \cdot 2 = 32 - 12 \cdot 4 + 18 = \\&= 50 - 48 = 2\end{aligned}$$

Zadanie 2. (0-1)

Dodatnie liczby x i y spełniają warunek $2x = 3y$. Wynika stąd, że wartość wyrażenia $\frac{x^2+y^2}{x \cdot y}$ jest równa

A. $\frac{2}{3}$

B. $\frac{13}{6}$

C. $\frac{6}{13}$

D. $\frac{3}{2}$

$$2x = 3y \quad | : 2$$

$$x = \frac{3}{2}y$$

$$\frac{\left(\frac{3}{2}y\right)^2 + y^2}{\frac{3}{2}y \cdot y} =$$

$$\frac{\frac{9}{4}y^2 + y^2}{\frac{3}{2}y^2} =$$

$$\frac{\frac{9}{4}y^2 + \frac{4}{4}y^2}{\frac{3}{2}y^2} = \frac{\frac{13}{4}y^2}{\frac{3}{2}y^2} =$$

$$= \frac{13}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{13}{6}$$

Zadanie 3. (0-1)Liczba $4 \log_4 2 + 2 \log_4 8$ jest równa**A.** $6 \log_4 10$ **B.** 16**C.** 5**D.** $6 \log_4 16$

$$\begin{aligned} 4 \log_4 2 + 2 \log_4 8 &= \log_4 2^4 + \log_4 8^2 = \log_4 16 + \\ &+ \log_4 64 = \log_4 4^2 + \log_4 4^3 = \\ &= \log_4 4^2 \cdot 4^3 = \log_4 4^5 = \\ &= 5 \cdot \log_4 4 = 5 \cdot 1 = 5 \end{aligned}$$

$$a \log_b c = \log_b c^a$$

$$2 \log_4 16 + \log_4 64 = \log_4 16^2 + \log_4 64 = \log_4 256 + \log_4 64 = \log_4 16384 = 8$$

$$\left\{ \begin{aligned} \log_a b + \log_a c &= \\ &= \log_a bc \\ a^m \cdot a^n &= a^{m+n} \\ \log_a a &= 1 \end{aligned} \right.$$

Zadanie 4. (0-1)

Cena działki po kolejnych dwóch obniżkach, za każdym razem o 10% w odniesieniu do ceny obowiązującej w danym momencie, jest równa 78 732 zł. Cena tej działki przed obiema obniżkami była, w zaokrągleniu do 1 zł, równa

A. 98 732 zł**B.** 97 200 zł**C.** 95 266 zł**D.** 94 478 zł

x - cena początkowa

$0.9x$ - cena po I obniżce

$$90\% \text{ z } 0.9x = 0.9(0.9x) = 0.81x$$

$$0.81x = 78\,732 / : 0.81$$

$$x = 97\,200$$

Zadanie 5. (0-1)

Liczba $3^{2+\frac{1}{4}}$ jest równa

A. $3^2 \cdot \sqrt[4]{3}$

B. $\sqrt[4]{3^3}$

C. $3^2 + \sqrt[4]{3}$

D. $3^2 + \sqrt{3^4}$

$$3^{2+\frac{1}{4}} = 3^2 \cdot 3^{\frac{1}{4}} = 3^2 \cdot \sqrt[4]{3}$$

$$a^{m+n} = a^m \cdot a^n$$

$$\begin{cases} a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \\ a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a} \end{cases}$$

$$3^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{3}$$

$$27^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27} = 3$$

$$\sqrt[3]{-64} = -4$$

Zadanie 6. (0-1)

Rozwiązaniem układu równań $\begin{cases} 11x - 11y = 1 \\ 22x + 22y = -1 \end{cases}$ jest para liczb: $x = x_0, y = y_0$. Wtedy

A. $x_0 > 0$ i $y_0 > 0$

B. $x_0 > 0$ i $y_0 < 0$

C. $x_0 < 0$ i $y_0 > 0$

D. $x_0 < 0$ i $y_0 < 0$

$$\begin{cases} 11x - 11y = 1 \quad | : 11 \\ 22x + 22y = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 22x - 22y = 2 \\ 22x + 22y = -1 \end{cases} \quad | +$$

$$44x = 1 \quad | : 44$$

$$x = \frac{1}{44}$$

~~$$11x - 11y = 1$$~~

$$\frac{1}{44} - 11y = 1$$

$$-11y = 1 - \frac{1}{44}$$

$$-11y = \frac{3}{44} \quad | : (-11)$$

$$y = -\frac{3}{44}$$

$$\begin{cases} x = \frac{1}{44} > 0 \\ y = -\frac{3}{44} < 0 \end{cases}$$

Zadanie 7. (0-1)

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $\frac{2}{5} - \frac{x}{3} > \frac{x}{5}$ jest przedział

A. $(-\infty, 0)$

B. $(0, +\infty)$

C. $(-\infty, \frac{3}{4})$

D. $(\frac{3}{4}, +\infty)$

$$\frac{2}{5} - \frac{x}{3} > \frac{x}{5} \quad | \cdot 15$$

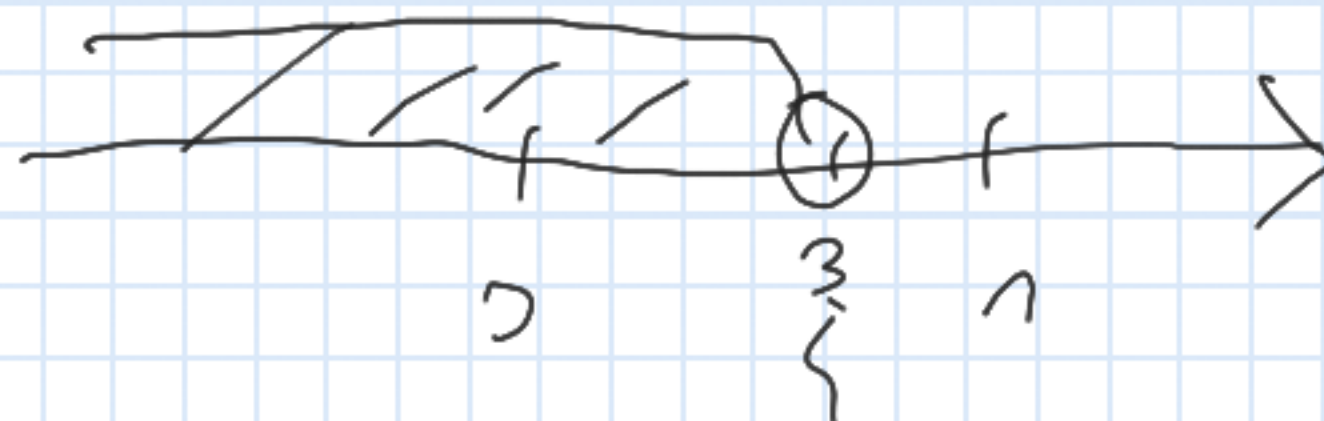
$$6 - 5x > 3x$$

$$-5x - 3x > -6$$

$$-8x > -6 \quad | : (-8)$$

$$x < \frac{3}{4}$$

$$x < \frac{3}{4}$$



$$x \in (-\infty, \frac{3}{4})$$

Zadanie 8. (0-1)Iloczyn wszystkich rozwiązań równania $2x(x^2 - 9)(x + 1) = 0$ jest równy

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

A. (-3)**B. 3****C. 0****D. 9**

$$2x(x^2 - 9)(x + 1) = 0$$

$$x = 0 \text{ lub } x^2 - 9 = 0 \text{ lub } x + 1 = 0$$

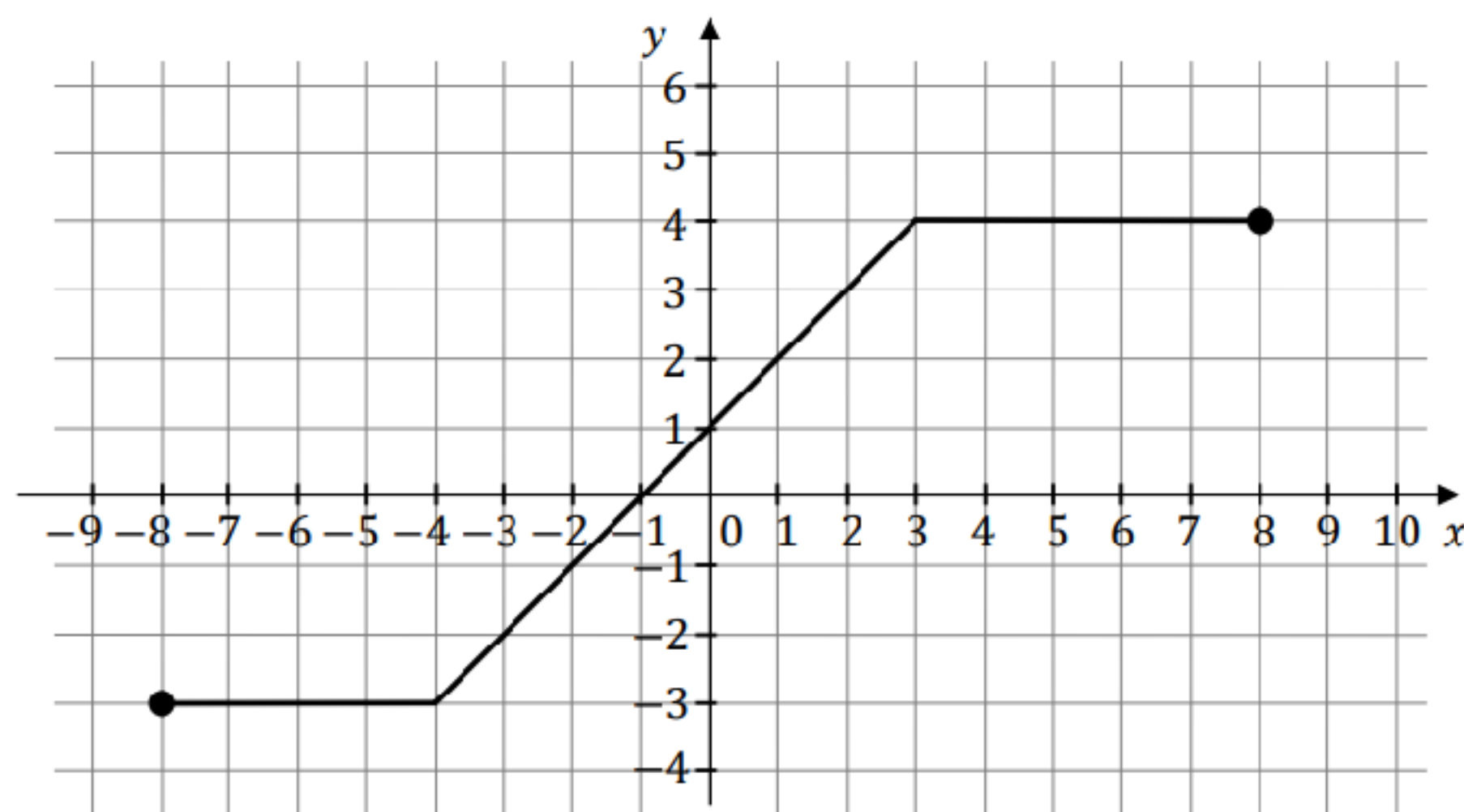
$$x = 0 \text{ lub } x = -1 \text{ lub } (x+3)(x-3) = 0$$

$$x = 0 \text{ lub } x = -1 \text{ lub } x = -3 \text{ lub } x = 3$$

$$0 + (-1) + (-3) + 3 = 0$$

Zadanie 9. (0–1)

Na rysunku przedstawiono wykres funkcji f .



$$f(-3) \cdot f(0) \cdot f(4) =$$
$$= (-2) \cdot 1 \cdot 4 = -8$$

Iloczyn $f(-3) \cdot f(0) \cdot f(4)$ jest równy

A. (-12)

B. (-8)

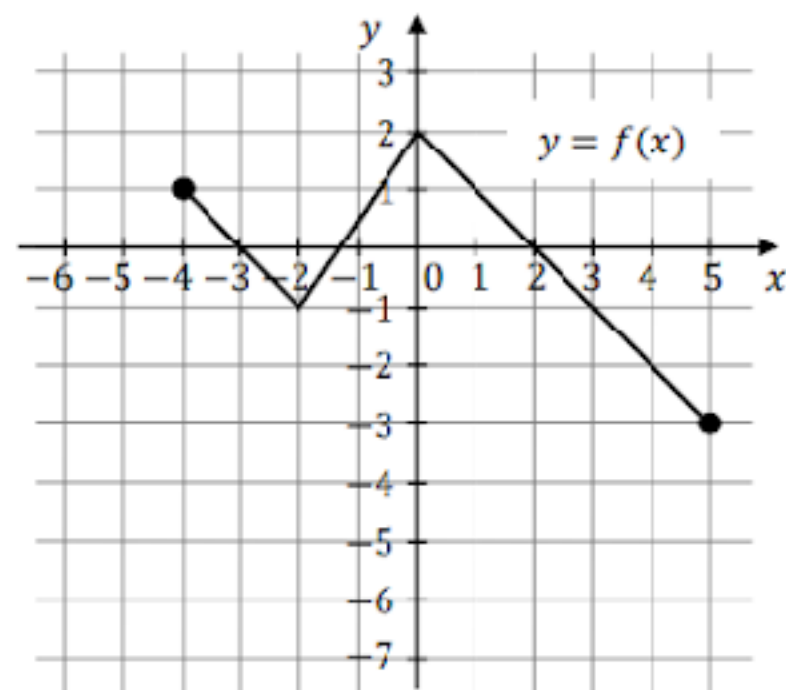
C. 0

D. 16

Zadanie 10. (0–1)

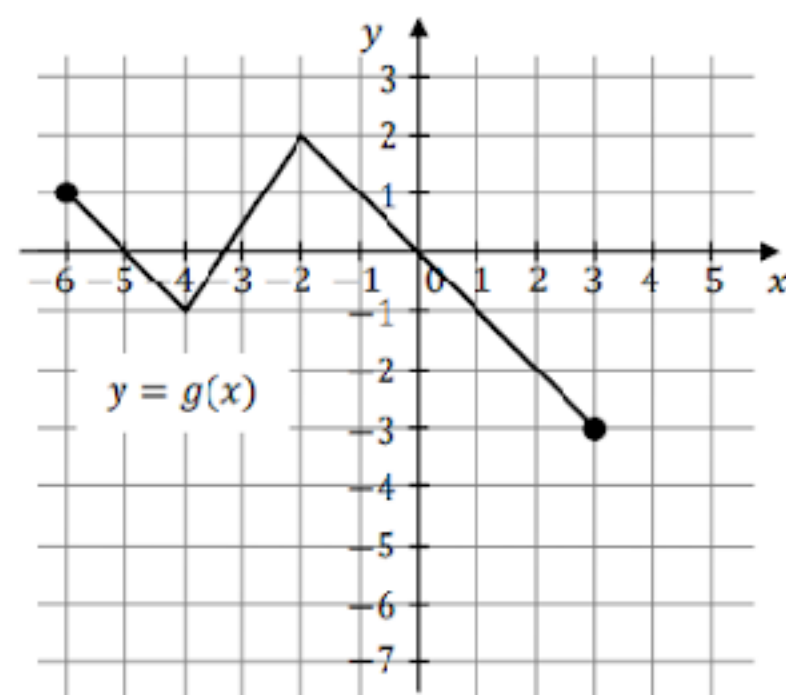
Na rysunku 1. przedstawiono wykres funkcji f określonej na zbiorze $\langle -4, 5 \rangle$.

Rysunek 1.



Funkcję g określono za pomocą funkcji f . Wykres funkcji g przedstawiono na rysunku 2.

Rysunek 2.



Wynika stąd, że

A. $g(x) = f(x) - 2$

B. $g(x) = f(x - 2)$

C. $g(x) = f(x) + 2$

D. $g(x) = f(x + 2)$

$$\vec{u} = [-2, 0]$$

$$g(x) = f(x + 2)$$

Zadanie 11. (0-1)

Miejscem zerowym funkcji liniowej f określonej wzorem $f(x) = -\frac{1}{3}(x + 3) + 5$ jest liczba

A. (-3) **B.** $\frac{9}{2}$ **C.** 5**D.** 12

$$-\frac{1}{3}(x+3)+5=0 \quad | \cdot (-3)$$

$$x+3-15=0$$

$$x-12=0$$

$$x=12$$

Zadanie 12. (0-1)

Wykresem funkcji kwadratowej $f(x) = 3x^2 + bx + c$ jest parabola o wierzchołku w punkcie $W = (-3, 2)$. Wzór tej funkcji w postaci kanonicznej to

A. $f(x) = 3(x - 3)^2 + 2$

B. $f(x) = 3(x + 3)^2 + 2$

C. $f(x) = (x - 3)^2 + 2$

D. $f(x) = (x + 3)^2 + 2$

$$y = a(x - p)^2 + q$$

$$W = (p, q)$$

$$y = 3(x + 3)^2 + 2$$

Zadanie 13. (0-1)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = \frac{2n^2 - 30n}{n}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Wtedy a_7 jest równy

A. (-196)

B. (-32)

C. (-26)

D. (-16)

$$a_7 = \frac{2 \cdot 7^2 - 30 \cdot 7}{7} = \frac{\cancel{14}(2 \cdot 7 - 30)}{\cancel{7}_1} = 14 - 30 = -16$$

Zadanie 14. (0-1)

W ciągu arytmetycznym (a_n) , określonym dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, $a_5 = -31$ oraz $a_{10} = -66$. Różnica tego ciągu jest równa

A. (-7)**B. (-19,4)****C. 7****D. 19,4**

$$r = -7$$

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$

$$\begin{cases} a_1 + (5-1) \cdot r = -31 \\ a_1 + (10-1) \cdot r = -66 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 + 4r = -31 \\ a_1 + 9r = -66 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 + 4r = -31 \quad / \cdot (-1) \\ a_1 + 9r = -66 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a_1 - 4r = 31 \\ a_1 + 9r = -66 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a_1 - 4r = 31 \\ a_1 + 9r = -66 \end{cases} \quad | +$$

$$5r = -35 \quad / : 5$$

Zadanie 15. (0-1)

Wszystkie wyrazy nieskończonego ciągu geometrycznego (a_n) , określonego dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, są dodatnie i $9a_5 = 4a_3$. Wtedy iloraz tego ciągu jest równy

A. $\frac{2}{3}$

B. $\frac{3}{2}$

C. $\frac{2}{9}$

D. $\frac{9}{2}$

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$9a_5 = 4a_3$$

$$9a_1 q^4 = 4a_1 q^2 \quad | : a_1$$

$$9q^4 = 4q^2 \quad | : q^2$$

$$9q^2 = 4 \quad | : 9$$

$$q^2 = \frac{4}{9}$$

$$q = \frac{2}{3}$$

lub

$$q = -\frac{2}{3}$$

od razu mamy

Zadanie 16. (0-1)

Liczba $\cos 12^\circ \cdot \sin 78^\circ + \sin 12^\circ \cdot \cos 78^\circ$ jest równa

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$$

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

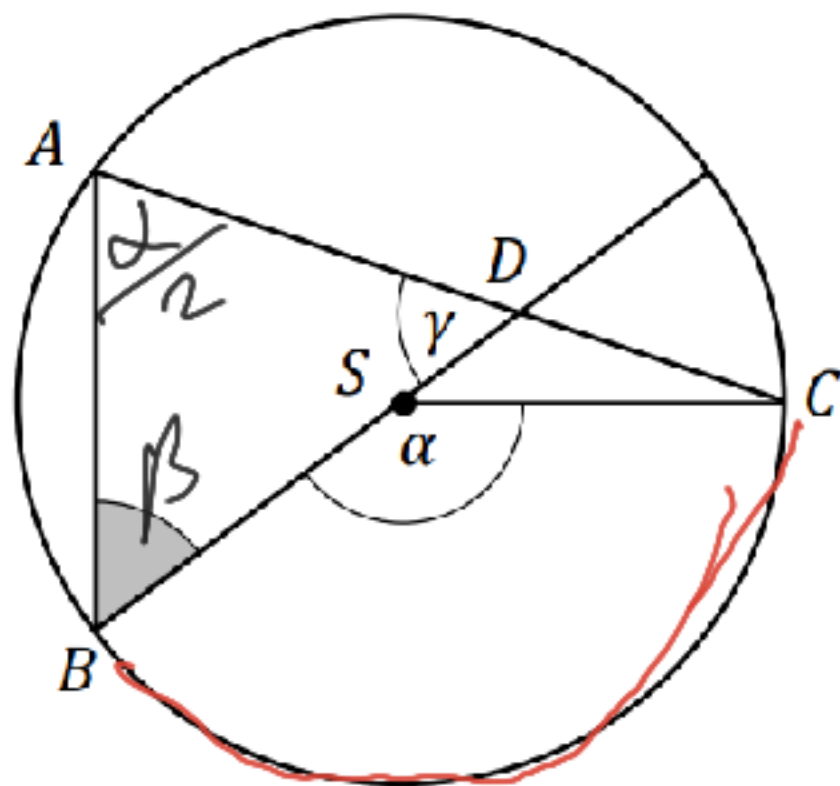
C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D. 1

$$\begin{aligned} \cos 12^\circ \cdot \sin 78^\circ + \sin 12^\circ \cdot \cos 78^\circ &= \\ = \sin 78^\circ \cdot \cos 12^\circ + \sin 12^\circ \cdot \cos 78^\circ &= \sin(78^\circ + 12^\circ) = \\ = \sin 90^\circ &= 1 \end{aligned}$$

Zadanie 17. (0–1)

Punkty A, B, C leżą na okręgu o środku S . Punkt D jest punktem przecięcia cięciwy AC i średnicy okręgu poprowadzonej z punktu B . Miara kąta BSC jest równa α , a miara kąta ADB jest równa γ (zobacz rysunek).



$$\beta + \frac{\alpha}{2} + \gamma = 180^\circ$$

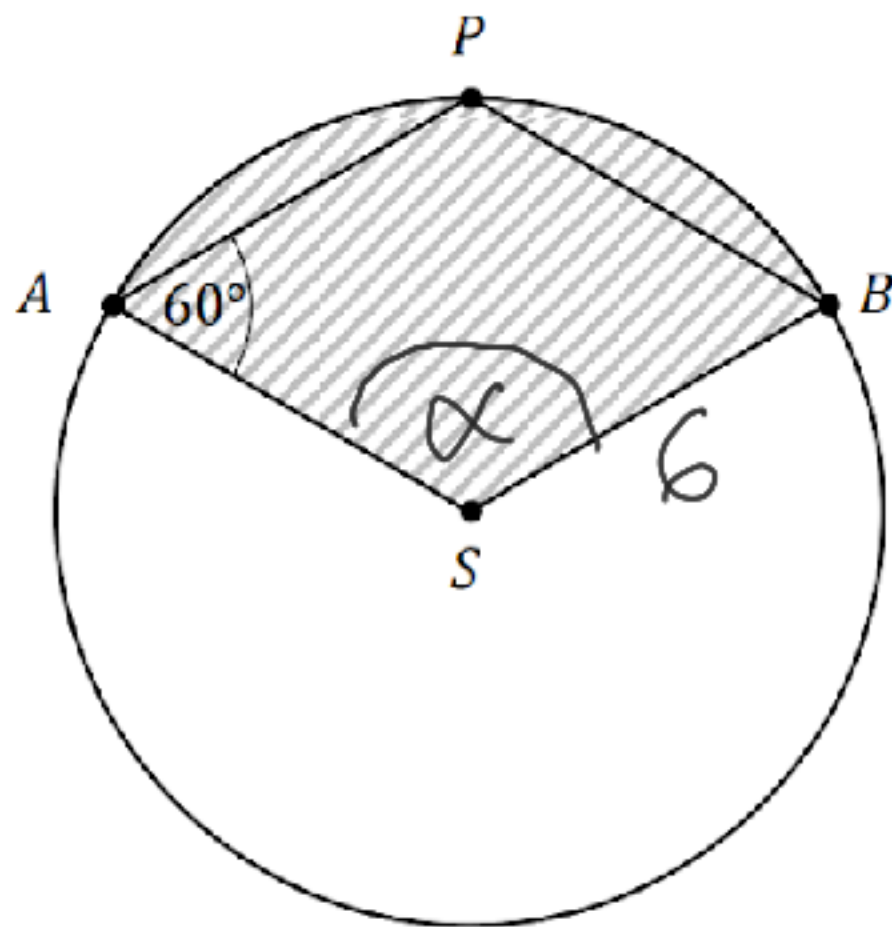
$$\beta = 180^\circ - \frac{\alpha}{2} - \gamma$$

Wtedy kąt ABD ma miarę

- A.** $\frac{\alpha}{2} + \gamma - 180^\circ$ **B.** $180^\circ - \frac{\alpha}{2} - \gamma$ **C.** $180^\circ - \alpha - \gamma$ **D.** $\alpha + \gamma - 180^\circ$

Zadanie 18. (0–1)

Punkty A, B, P leżą na okręgu o środku S i promieniu 6. Czworokąt $ASBP$ jest rombem, w którym kąt ostry PAS ma miarę 60° (zobacz rysunek).



Pole zakreskowanej na rysunku figury jest równe

A. 6π

B. 9π

C. 10π

D. 12π

$$P = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot \pi \cdot r^2$$

$$P = \frac{120^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot 6^2 =$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 36 = 12\pi$$

Zadanie 19. (0-1)

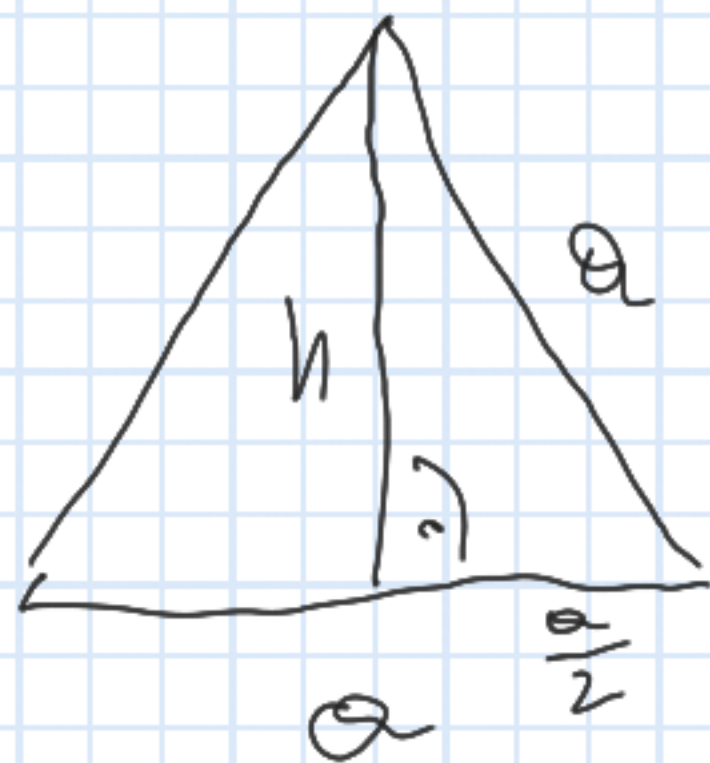
Wysokość trójkąta równobocznego jest równa $6\sqrt{3}$. Pole tego trójkąta jest równe

A. $3\sqrt{3}$

B. $4\sqrt{3}$

C. $27\sqrt{3}$

D. $36\sqrt{3}$



$$h = 6\sqrt{3}$$

$$P = \frac{1}{2} a h$$

$$h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2$$

$$(6\sqrt{3})^2 + \frac{a^2}{4} = a^2$$

$$36 \cdot 3 = a^2 - \frac{a^2}{4}$$

$$108 = \frac{3}{4} a^2$$

$$\frac{3}{4} a^2 = 108 \quad | \cdot \frac{4}{3}$$

$$a^2 = 108 \cdot \frac{4}{3}$$

$$a^2 = 144$$

$$a = 12$$

$$P = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 6\sqrt{3} =$$

$$= 36\sqrt{3}$$

Zadanie 20. (0-1)

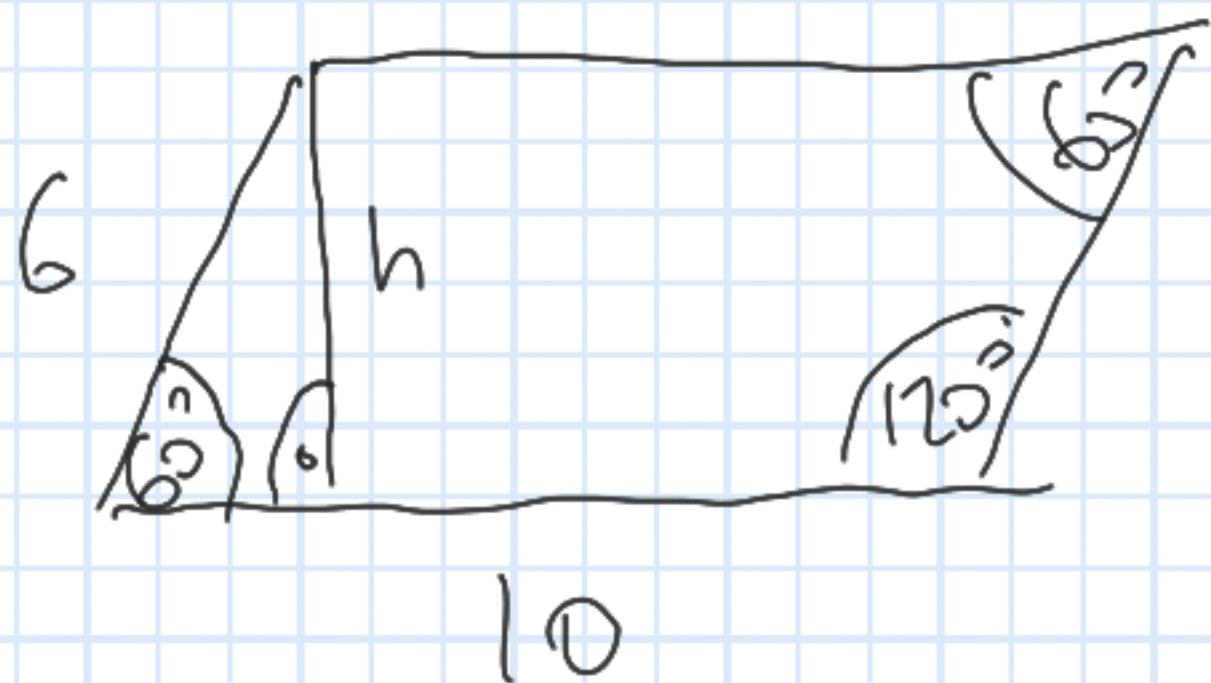
Boki równoległoboku mają długości 6 i 10, a kąt rozwarty między tymi bokami ma miarę 120° . Pole tego równoległoboku jest równe

A. $30\sqrt{3}$

B. 30

C. $60\sqrt{3}$

D. 60



$$P = a \cdot h$$

$$\frac{h}{6} = \sin 60^\circ$$

$$\frac{h}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$2h = 6\sqrt{3}$$

$$h = 3\sqrt{3}$$

$$P = 10 \cdot 3\sqrt{3} = 30\sqrt{3}$$